

Программа спецкурса
Методы линейной алгебры в теории аппроксимации
и геометрическом функциональном анализе

“Методы линейной алгебры в теории аппроксимации”
(осень 2023)

Спектр эрмитовых матриц. Теорема Куранта–Фишера. Спектральные неравенства. Неравенства Вейля. Минимаксная формула Виландта. Неравенства Лидского и Виладнта–Хоффмана.

Сингулярные числа. Связь собственных и сингулярных чисел. SVD (сингулярное разложение). Неравенства для сингулярных чисел.

Нормы матриц. Унитарно–инвариантные нормы, нормы Шаттена. Операторные нормы. Факторизационная γ_2 –норма.

Приближение матрицами малого ранга. Теорема Эккарта–Юнга–Мирского. Аппроксимативный ранг и его связь с γ_2 -нормой. Случай единичной матрицы.

Проблема Кадисона–Зингера. Связь с другими задачами и равносильные переформулировки. Фреймы. Базисы Рисса. Гипотезы Фейхтингера и Вивера.

Свойства спектров одноранговых возмущений матриц. Формула Шермана–Моррисона, следствия.

Теорема Батсона–Спильмана–Сrivastava о разрежении билинейных форм.

Следствия теоремы о разрежении. Теорема об ограниченной обратимости.

Литература

Лекции на сайте: <https://approx-lab.math.msu.su>

T. Tao, *Topics in Random Matrix Theory*. AMS, 2012. (Chapter 1)

T. Lee, A. Shraibman, “Lower Bounds in Communication Complexity” (2009).

Spielman, Daniel A.; Srivastava, Nikhil An elementary proof of the restricted invertibility theorem. Israel J. Math. 190 (2012), 83–91

Marcus, Adam W.; Spielman, Daniel A.; Srivastava, Nikhil Interlacing families II: Mixed characteristic polynomials and the Kadison-Singer problem. Ann. of Math. (2) 182 (2015), no. 1, 327–350

Adam W. Marcus, Daniel A. Spielman, Nikhil Srivastava, Ramanujan
Graphs and the Solution of the Kadison-Singer Problem, <https://arxiv.org/abs/1408.4421>
Assaf Naor, Sparse quadratic forms and their geometric applications (after
Batson, Spielman and Srivastava), arXiv:1101.4324
P. Casazza, Consequences of the Marcus/Spielman/Stivastava solution to
the Kadison-Singer Problem, arXiv:1407.4768
Dan Timotin, The solution to the Kadison–Singer Problem: yet another
presentation, arXiv:1501.00464
<https://windowsonthory.org/2013/07/11/discrepancy-graphs-and-the-kadison-singer-conjecture-2/>
<https://windowsonthory.org/2014/04/15/restricted-invertiblity-by-interlacing-polynomials/>
<https://annals.math.princeton.edu/wp-content/uploads/annals-v182-n1-p08-s.pdf>

“Методы линейной алгебры в геометрическом функциональном анализе и теории сложности матриц” (весна 2024)